

8.6 Počítání s mocninami s celým exponentem**37** Zapište jako mocninu ($n \in \mathbb{N}$, $a, x \in \mathbb{R} - \{0\}$, $b \in \mathbb{R}$):

- a) $2^2 \cdot 2^3$ c) $16 \cdot 2^{n-4}$ e) $x^{4n-3} \cdot x^{5-2n}$
 b) $5^{-1} \cdot 5^5$ d) $x^3 \cdot x^5 \cdot x^7$ f) $a^5 \cdot b^3 \cdot a^{-2} \cdot b^4$

38 Zapište jako mocninu ($n, k \in \mathbb{Z}$, $x, y, a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$):

- a) $4^7 : 4^5$ c) $16 : 2^{n+4}$ e) $y^{2n+3} : y^{n+3}$
 b) $\frac{7^{n+1}}{49}$ d) $\frac{x^3}{x^5 \cdot x^{-2}}$ f) $\frac{a^{k+1}}{b^{k+2}} : \frac{a^{2k}}{b^3}$

39 Vypočítejte a určete, kdy výrazy mají smysl:

- a) $(2x)^3$ c) $(12x)^2 : (3x)^3$ e) $[(x^{-2}y)^3]^2 \cdot (y^{-1})^{-4}$
 b) $(1\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{2^{-1}}{3})^3$ d) $(\frac{-x^{-1} \cdot y^2}{x^3})^{-5}$ f) $(\frac{x}{2y^2})^{-3} \cdot (\frac{y}{x^{-3}})^5$

40 Vypočítejte zpaměti ($x \in \mathbb{R} - \{0\}$):

- a) $2x^0$ b) $(2x)^0$ c) $2^0 x$ d) $2 : x^0$ e) $2^0 : x$ f) 0^0

41 Vypočítejte zpaměti ($k \in \mathbb{N}$):

- a) $(-1)^{-1}$ b) -1^2 c) $(-1)^3$ d) $(-1)^{-2}$ e) $(-1)^{2k}$ f) $(-1)^{2k+1}$

42 Vypočítejte (bez použití kalkulačky):

- a) $(\frac{1}{2})^{-2} + 2^{-1} + (-1)^5 \cdot (-\frac{1}{2})^{-2}$ e) $[2 - (\frac{1}{3})^{-2}]^2$
 b) $(0,1)^{-1} - 2^{-2} + (-\frac{1}{2})^{-4} - \frac{1^{-4}}{2} - (-1)^{-1}$ f) $(2^{-2} + 4^{-1})^2$
 c) $0,2^{-1} - (-1^{-2}) - \frac{1}{2^{-1}} + \frac{1^{-5}}{2} - (-\frac{1}{2})^{-1}$ g) $(0,02)^{-3} \cdot [(0,1)^{-2}]^{-1}$
 d) $\{[\frac{1}{2}]^{-2}\}^{-1} - (3^{-1})^{-2} + 1\}^{-2}$ h) $(\frac{2}{3})^{-2} - (-\frac{1}{4})^2 - 0,4^{-1}$

43 Zjednodušte následující výrazy a určete, kdy mají smysl:

- a) $(x^2)^{-1} : 9(x^{-3})^2$ d) $(\frac{a^2 b^{-3}}{c^{-2} d^3})^{-1} \cdot (\frac{c^4 d^{-1}}{a^{-3} b^2})^2$
 b) $\frac{(x^4 y^{-3})^{-2}}{(x^3)^{-3} y^5}$ e) $[n^{-2} \cdot 3n^3 \cdot (6n)^{-1}]^{-2} : (2n^{-1})^0$
 c) $0,8^{-1} \cdot a^2 b^{-3} \cdot 1,5 a^{-2} b^5$ f) $[m^4 \cdot (\frac{2}{m})^5 \cdot (\frac{m^2}{4})^{-3} \cdot \frac{1}{16}]^{-1}$

44 Základy mocnin rozložte na prvočinitele, potom zlomky kraťte ($n \in \mathbb{N}$):

- a) $\frac{6^7 \cdot 22^5 \cdot 15^6 \cdot 2^7}{10^7 \cdot 12^6 \cdot 33^5}$ b) $\frac{6^{3n-1} \cdot 9^{n-1} \cdot 10^{2n-1}}{30^{2n-4} \cdot 32^n \cdot 12^{1-n}}$ c) $\frac{21^{2n-2} \cdot 15^{n+2} \cdot 49^n}{20^{2n-5} \cdot 14^{n-2} \cdot 16^{3-2n}}$

45 Zjednodušte následující výrazy a určete, kdy mají smysl:

- a) $\frac{x^5 \cdot (x^n \cdot 6 \cdot y^{4n})^3}{9 \cdot y^{4n} \cdot (x^5 \cdot 2 \cdot y^6)^2}$ b) $\frac{(16b^3 a^{-1})^{-3}}{(a^3 b^{-2} \cdot 4)^{-2}}$ c) $\frac{(27r^3 s^4)^{n-1}}{(3rs^{-2})^{3n+1}}$

47 Zjednodušte následující výrazy a určete, kdy mají smysl:

- a) $\frac{x^3 - x^2}{x^{n+1}} - \frac{4x^5 - x^3}{x^{n+3}} - \frac{4 - x}{x^n}$
 b) $\frac{x^2 - 1}{4x^5} - 2 \cdot \frac{1 - x^{n-4}}{16x^{n-1}} - \frac{3x^{n-2} - x^2}{8x^{n+1}}$

48 Vypočítejte:

- a) $(\frac{1}{\sqrt{5}})^2 - (\sqrt{5})^{-4} - (\frac{5}{2})^{-2} - (-\frac{1}{5})^{-2}$
 b) $(\sqrt{3})^4 + (\frac{1}{\sqrt{3}})^{-4} - (\frac{3}{2})^2 - (-\frac{1}{3})^{-2}$
 c) $2^{-1} + (\frac{1}{2})^{-2} - \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^{-3}$
 d) $(\sqrt{2})^{-1} + (\sqrt{2})^{-2} - (-\sqrt{2})^{-3}$

8.7 Počítání s mocninami s racionálním exponentem**49** Zapište pomocí odmocniny a vypočítejte bez použití kalkulačky:

- a) $4^{\frac{1}{2}}$ d) $16^{0,5}$ g) $1000^{-\frac{2}{3}}$ j) $1^{-\frac{5}{4}}$
 b) $125^{\frac{1}{3}}$ e) $81^{0,25}$ h) $4^{-\frac{3}{2}}$ k) $-1^{\frac{5}{4}}$
 c) $(\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}}$ f) $(\frac{1}{100})^{1,5}$ i) $(\frac{1}{8})^{-\frac{1}{3}}$ l) $0^{\frac{1}{5}}$

50 Zapište jako mocninu s racionálním exponentem ($x \in \mathbb{R}^+$):

- a) \sqrt{x} b) $\sqrt[3]{x^5}$ c) $\sqrt[5]{x^3}$ d) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ e) $\frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}$

51 Výsledky následujících úloh zapište jako mocninu čísla 2:

- a) $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}$ c) $\left[\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{3}{4}}$ e) $2^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{8}} \cdot 16^{\frac{10}{16}}$
 b) $2^{\frac{3}{4}} : 2^{\frac{1}{2}}$ d) $(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{7}{8}}$ f) $(2^{\frac{1}{3}})^4 \cdot 2^{(\frac{1}{3})^3}$

52 Zjednodušte následující výrazy a určete, kdy mají smysl:

- a) $\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}}}{x^2}$ c) $\frac{(y^{\frac{1}{2}})^3 \cdot (y^2)^{\frac{1}{3}}}{y \cdot y^{\frac{2}{3}}}$ e) $\frac{(xy)^{\frac{1}{2}} \cdot (x^2 y)^{-\frac{1}{3}}}{(xy^2)^{-\frac{2}{3}}}$
 b) $\frac{y^2}{(y^{\frac{2}{3}})^2}$ d) $\frac{(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} \cdot (x^{\frac{1}{6}})^{\frac{9}{4}}}{(x^{\frac{7}{6}})^{\frac{5}{6}}}$ f) $(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{y^{\frac{2}{3}}})^{-2} \cdot \frac{(y^{-1} x^{-2})^{-\frac{1}{2}}}{(xy^2)^{\frac{1}{10}}}$

53 Následující úlohy počítejte dvěma způsoby:

- způsob: výraz upravte užitím pravidel pro počítání s odmocninami.
- způsob: výraz nejprve přepište pomocí mocnin s racionálním exponentem a potom upravte užitím pravidel pro počítání s mocninami.

- a) $\sqrt{3 \cdot \sqrt{3}}$ e) $\sqrt{5 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[4]{5}}$ g) $\frac{\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{8}}}{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4}}}$
 b) $\sqrt{8 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}$